Найти неопределенный интеграл

Под корнем находится квадратный двучлен, и при попытке проинтегрировать данный пример чайник может мучаться часами. Такой интеграл берётся по частям и сводится к самому себе. В принципе не сложно. Если знаешь как.

Обозначим рассматриваемый интеграл латинской буквой http://mathprofi.ru/h/slozhnye_integraly_clip_image040.gif и начнем решение:

Интегрируем по частям:

(1) Готовим подынтегральную функцию для почленного деления.

(2) Почленно делим подынтегральную функцию. Возможно, не всем понятно, распишу подробнее:

(3) Используем свойство линейности неопределенного интеграла.

(4) Берём последний интеграл («длинный» логарифм).

Что произошло? В результате наших манипуляций интеграл свёлся к самому себе!

Приравниваем начало и конец:

Переносим http://mathprofi.ru/h/slozhnye_integraly_clip_image040_0000.gif в левую часть со сменой знака:

А двойку сносим в правую часть. В результате:

Или: , где С = const

Константу http://mathprofi.ru/h/slozhnye_integraly_clip_image063.gif, строго говоря, надо было добавить ранее, но приписал её в конце. Настоятельно рекомендую прочитать, в чём тут строгость:

**Примечание:**Более строго заключительный этап решения выглядит так:

Таким образом:

Константу  можно переобозначить через*http://mathprofi.ru/h/slozhnye_integraly_clip_image063_0000.gif*. Почему можно переобозначить? Потому что*C* всё равно принимаетлюбыезначения, и в этом смысле между константами и*http://mathprofi.ru/h/slozhnye_integraly_clip_image063_0001.gif* нет никакой разницы.  
В результате:

Подобный трюк с переобозначением константы широко используется в [дифференциальных уравнениях](http://mathprofi.ru/differencialnye_uravnenija_primery_reshenii.html). И там я буду строг. А здесь такая вольность допускается мной только для того, чтобы не путать вас лишними вещами и акцентировать внимание именно на самом методе интегрирования.